

A VERSENYPOLITIKÁBAN RELEVÁNS KÖLTSÉGEK  
MEGHATÁROZÁSA

Czinkán Norbert, Kocsis Gábor

2010.09.30.

# Tartalomjegyzék

Táblázatok jegyzéke .....	II
Ábrák jegyzéke.....	III
1. Bevezetés.....	1
2. A költség és a költségfüggvény elmélete .....	2
2.1. A termelési költségek versenypolitikai relevanciája .....	2
2.2. A költségfogalomban rejlő buktatók .....	4
2.3. Mikroökonómiai megközelítés .....	6
2.4. A költségfüggvény származtatása a termelői döntésből.....	9
2.5. Származtatás eltérő termelési függvények esetén .....	13
2.6. Elmélet és valóság.....	16
3. Néhány praktikus megfontolás költségfüggvények becslésénél .....	17
3.1. Az összetevők meghatározása .....	17
3.2. A változók operacionalizálása.....	19
3.3. A függvényformáról .....	21
3.4. A regresszió futtatásakor felmerülő ökonometriai nehézségek .....	22
4. A költségfüggvény becslése a gyakorlatban.....	24
4.1. Nerlove becslése.....	24
4.2. Költségfüggvény becslése többtermékes vállalatok esetén - Választék gazdaságosság.....	27
4.3. Egy egyszerűsített példa.....	30
5. Összefoglalás.....	35
Irodalomjegyzék.....	36

# Táblázatok jegyzéke

3.1. táblázat. A költségfüggvény változóinak proxyzása .....	20
3.2. táblázat. Válogatott tanulmányok eredményei iparági költségfüggvényekről .....	22
4.1. táblázat. Narlove (1963) költségfüggvény-becslésének eredményei.....	26
4.2. táblázat. Narlove (1963) második modelljének becsült együtthatói.....	26
4.3. táblázat. Mérethozadéki feltevések .....	31
4.4. táblázat. Feltételezett költségarányok.....	32
4.5. táblázat. Feltételezett kezdeti kibocsátási szint és inputárak .....	32

# Ábrák jegyzéke

2.1. ábra. A monopólium szabályozása - növekvő költségek.....	3
2.2. ábra. A monopólium szabályozása – csökkenő költségek .....	3
2.3. ábra. A vállalati optimum geometriája (versenyző vállalat esetén).....	7
2.4. ábra. A költségfüggvényből származtatott legfontosabb görbék.....	7
2.5. ábra. Rövid és hosszú távú költségfüggvények .....	9
2.6. ábra. Rövid és hosszú távú származtatott költségfüggvények .....	9
2.7. ábra. Termelési függvény - egy termék (y) és egy ráfordítás (x) .....	10
2.8. ábra. Termelési függvény - egy termék (q) és két ráfordítás (a,b) .....	10
2.9./a ábra. Izokvantok Leontieff-technológiai termelési függvény esetén .....	11
2.9./b ábra. Izokvantok Cobb-Douglas termelési függvény esetén .....	11
2.9./c ábra. Izokvantok tökéletes helyettesítő technológia esetén .....	11
2.10. ábra. A költségminimalizáló termelő optimális döntése .....	14
4.1. ábra. Maradéktagok a termelt mennyiség függvényében Narlove (1963) modelljében .....	25
4.2. ábra. A valós és becsült költségértékek Narlove (1963) modelljében.....	25
4.3. ábra. Hibatagok a termelt mennyiség függvényében Narlove (1963) második modelljében.....	27
4.4. ábra. Teljes változó költség függvény Gold (1990) modelljében.....	33
4.5. ábra. Átlagos változó és határköltség függvény Gold (1990) modelljében.....	33

# 1. Bevezetés

Tanulmányunkban bemutatjuk a versenypolitikában releváns költségek meghatározásának lehetséges módszereit számviteli adatok felhasználásával. Először arról írunk, hogy a különböző, iparágakkal és vállalatokkal kapcsolatos versenypolitikai döntésekben mely költségek, költségfüggvények ismerete lehet releváns. Bemutatjuk a közgazdaságtan és a számvitel eltérő költségfogalmait, illetve, hogy a mikroökonómiai elmélet hogyan simul rá a valóságra. Különböző termelési függvényeket feltételezve levezetjük a költségfüggvényt, majd a következő részben áttérünk az empirikus elemzésre, aminek keretein belül kiemelten foglalkozunk a többtermékes vállalatok költségének becslésével. Nagy hangsúlyt helyezünk a becslési eljárás során felmerülő gyakorlati problémákra is. Mindazonáltal már itt kiemeljük, hogy tudomásunk szerint nincs olyan egzakt, széles körben elterjedt és használt standard eljárás, amely alapján megtehetnénk a költségekre vonatkozó becslést; így saját becslés helyett elődeink tapasztalatait és tanácsait foglaljuk össze tanulmányunkban. A bölcsek köve nincs tehát a kezünkben, de megpróbálunk lehetséges utakat kínálni a sokak által áhított költségfüggvény meghatározására.

## 2. A költség és a költségfüggvény elmélete

### 2.1. A termelési költségek versenypolitikai relevanciája

A költségtényezők ismeretének jelentősége két alapvető kontextusba helyezhető: beszélhetünk a fúziók és az egyéb területek szabályozása (Davis & Garcés, 2010). Az összeolvadások vizsgálatok az egyik ok, amiért megengedhető lehet a piaci erőt növelő vállalati fuzionálás, az a keletkező méretgazdaságosság indukálta egységköltségek csökkenése. Csakúgy, mint ez utóbbi bekövetkezésének eldöntéséhez, a szabályozások egyéb formáihoz is gyakran elengedhetetlen a különböző költségek vizsgálata. A teljesség igénye nélkül két jól ismert piactorzító jelenséget emeltünk ki, melyek esetében kívánatos lehet a szabályozói intézkedés; a kizorító árazást, illetve a monopólium árazási gyakorlatát.

Alapvető intuíciónk szerint rövidtávon az alacsonyabb árak növelhetik a fogyasztói, s így a társadalmi jólétet; ugyanakkor a piac egy domináns vállalata képes „túl alacsony” árat is megállapítani, annak érdekében, hogy potenciális versenytársait kizorítsa, majd bezsebelje az extraprofitot (Hinlopen & Normann, 2009). Ilyenkor az alacsony árak csak rövid ideig növelik a jólétet, majd ha már megtörtént a kizorítás, a bennmaradt vállalat emelni fogja árait, így hosszútávon a verseny hiánya miatt csökken a jólét. Arról, hogy a leírt stratégia a vállalat számára egyáltalán racionális-e, s ha igen, milyen körülmények között, Bolton et al. (2000) ad átfogóbb képet. Amennyiben feltételezzük, hogy a kizorító árazás igenis létezik és komoly fenyegetést jelent a társadalmi jólétre nézve, az ellene való szabályozói fellépés kívánatos módja lehet egy kétszintes-vizsgálat, melynek célja, hogy megállapításra kerüljön: vajon tényleg kizorító árat alkalmazott-e a vizsgált vállalat.

A Jaskow és Klevoric (1979) által javasolt (Motta, 2003) kétszintes-vizsgálat hangsúlyos elemei (a) a profitnövelésre való hosszú távú képesség a sikeres kizorítás utáni piaci erő kihasználásával, illetve (b) a rövidtávú profit feláldozása.

Így a kizorítást vizsgáló teszt<sup>1</sup> két alapvető része:

(1) Iparági elemzés a feltételezett domináns vállalat piaci erejének megállapítására. Amennyiben a vállalat nem bizonyul dominánsnak, a vizsgálat megszüntethető; ha igen, további vizsgálat szükséges:

---

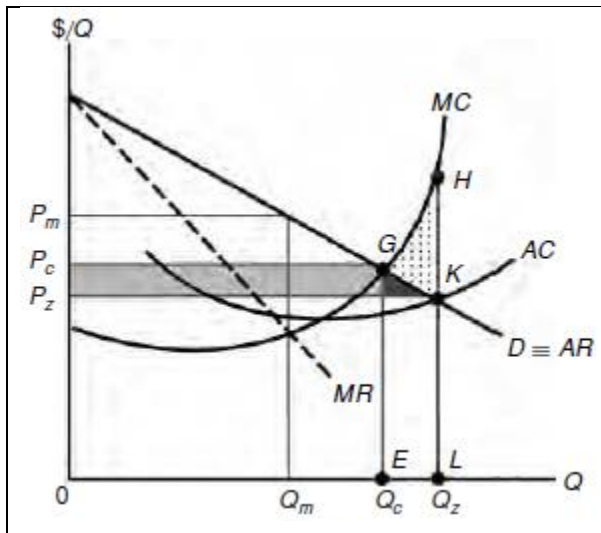
<sup>1</sup>Jaskow & Klevoric (1979)

(2) Az ár és költségek közötti kapcsolat vizsgálata:

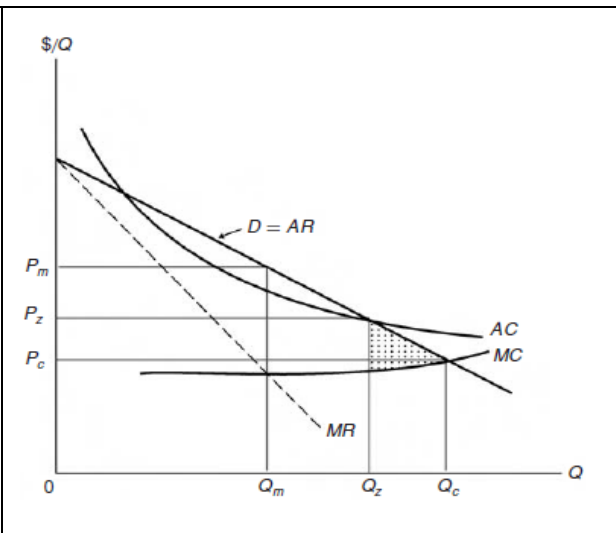
- (i) Az átlagos teljes költség fölötti ár kivétel nélkül jogszerűnek tekintendő;
- (ii) Az átlagos teljes költség alatti, de az átlagos változó költség feletti ár jogszerűnek feltételezhető (az ellenkező bizonyítása a felperest terheli);
- (iii) Az átlagos változó költség alatti ár jogszerűtlennek feltételezhető (az ellenkező bizonyítása az alperest terheli).

Fontos megjegyezni, hogy a piaci és költségadatok mellett a visszaélő gyakorlat alkalmazásának igazolásához elengedhetetlen a szereplő szándékának átfogó ismerete.

Egy másik általunk relevánsnak tartott eset, amikor is fontos a költségek ismerete, a monopólium árazását befolyásolandó lehetséges szabályozói döntések meghozatala<sup>2</sup>. Habár vigyáznunk kell a monopóliumok működésének vizsgálatakor azzal, hogy miként közelítünk annak piacra és társadalmi jólétre gyakorolt hatásához (gondolunk itt arra, hogy valahol teljesen megengedő, míg másutt minden trösztöt felszámolandó törekvésekkel szembesülünk); most kiindulópontunk mégis az lesz, hogy a gazdasági hatékonyságvesztéset és a túlzottan vélt monopolprofitot igazságtalannak érezzük a piac egyéb potenciális szereplőivel és a fogyasztókkal szemben.



2.1. ábra. A monopólium szabályozása - növekvő költségek (forrás: Hirshleifer et al. (2005, p.235.))



2.2. ábra. A monopólium szabályozása – csökkenő költségek (forrás: Hirshleifer et al. (2005, p.235.))

<sup>2</sup> A monopólium szabályozását tárgyaló részben Hirshleifer et al. (2009) (305-331. old.) ide vágó fejezetére támaszkodunk.

A szabályozó alapvetően arra törekszik, hogy a monopólium számviteli nyereségét „normális”<sup>3</sup> szintre korlátozza, úgy hogy a szükséges tőke és egyéb erőforrás beáramlása továbbra is biztosított legyen. Így az árak rögzítésével megpróbálhatjuk elérni azt az állapotot, amire a verseny vezetett volna. A zérus gazdasági profit olyan árat és hozzá tartozó mennyiséget jelent (a fogyasztók keresleti görbéje mentén), melynél az átlagos költség megegyezik az átlagos bevétellel ( $AC=AR$ ). Két fontos dolgot ki kell emelnünk a szabályozás lehetséges torzító hatásainak kapcsán: (1) ha a monopólium AC görbéje a releváns szakaszon emelkedő, akkor az  $AC=AR$  metszéspont a versenyzői optimumhoz képest túl alacsony árat és túl magas iparági kibocsátást jelent, így GHK mértékű hatékonyságveszteség keletkezik (**2.1. ábra.**); (2) amennyiben egy természetes monopóliumot vizsgálva a releváns szakaszon csökkenő AC átlagköltséget feltételezünk<sup>4</sup>, közelebb kerülünk a versenyzői optimumhoz, a  $Q_z$  kibocsátás nagyobb lesz  $Q_m$  profitmaximalizáló szintnél, de kisebb a hatékony  $Q_c$  szintnél, így a keletkezett hatékonyságveszteség a pontozott tartomány mutatja (**2.2. ábra.**). Megoldást jelenthet a hatékonyságveszteség minimalizálására, ha a szabályozó az árat a monopólium MC határköltségének megfelelő szinten rögzíti. Ez az eset társadalmilag optimális, ugyanakkor ahhoz, hogy a monopólium egyáltalán termeljen, fixköltségeinek fedezésére az államnak kompenzálnia kell azt.

Úgy gondoljuk, hogy már a fent bemutatott két alapvető jelenség is igen jól tükrözi a különböző iparági és vállalati költségek becslésének versenypolitikai relevanciáját; továbbá számos más egyedi esetben fontos lehet az egyes vállalatok és iparágak költségeinek a valósághoz minél közelebbi ismerete.

## 2.2. A költségfogalomban rejlő buktatók

A költségeket tekintve fontos különbségek lelhetők fel a közgazdászok és üzletemberek, azon belül a számvittel közvetlenül foglalkozók definíciói között. Habár mindkét csoport ugyanazt szeretné mérni (a vállalat költségeit, teljesítményét, jövedelmezőségét, stb.), és a számviteli szakemberek megpróbálnak a többi vállalattal való minél jobb

---

<sup>3</sup>Hirshleifer et al. (2009) alapján a számviteli normálprofit ekvivalens a zérus gazdasági profittal.

<sup>4</sup>Habár AC nem lehet végig csökkenő, a csökkenő hozadék elve miatt, ugyanakkor abban a tartományban, ami gyakorlati szempontból érdekelhet minket igen. Ha a vállalatok egyforma költségfüggvénnyel rendelkeznének, akkor a legtöbbet termelő AC átlagköltsége lenne a legalacsonyabb. Végül csak egy vállalat, a természetes monopólium maradna a piacon. (Hirshleifer et al. (2009))



összehasonlíthatóság érdekében standard eljárásokat alkalmazni, ez utóbbiak nem minden esetben teremtenek megfelelő körülményeket a közgazdasági elmélet szerinti költségek és profitok meghatározásához.

A legtöbb ember számára, ha a költségfogalom definiálását kapná feladatul, elsősorban az egyes jószágokért fizetett pénzösszeg említésével oldaná meg e feladatot. Ám, ha egy közgazdásznak, esetleg egy közgazdászhallgatónak szegeznék a kérdést, akkor megtudhatnánk, hogy a költség fogalmát a közgazdaságtan jóval tágabban, illetve kissé más minőségben értelmezi. Az elmélet szerint valójában az ár pontatlan mérce a költség meghatározására, illetve a közfelfogással szemben nem a tárgyaknak van költsége, hanem mindig az emberi cselekvésnek és a döntésnek (Heyne et al., 2004). Közgazdasági értelemben a vállalatok költségfogalma is eltér az elsőre kézenfekvőnek tűnőtől. Egy termék előállításakor hajlamosak vagyunk azt feltételezni, hogy annak költsége a létrehozásához felhasznált inputok árának összege (Heyne et al., 2004); ugyanakkor fontos megjegyeznünk, hogy a termelő a termelési tényezők felhasználásakor azok második legjobblehető árát, vagyis alternatív költségét „fizeti meg” költségként. Ha létezik piaca az adott inputnak, akkor a legjobb második felhasználási forma megegyezik a piaci árral, így nincs szükség további kiigazításra az alternatív költség meghatározásához. Amikor pedig nincs piaca az inputnak, a közgazdászoknak akkor is számításba kell venni azt a maximum hozamot, amit az adott input egy másik felhasználása generálna (Davis & Garcés, 2010). Elméletileg, ha számszerűsíteni akarjuk egy input alternatív költségét (például egy vállalatvezető munkájának alternatív költsége megegyezik azzal a fizetéssel, amit egy másik cégnél kapna; számítva az esetlegesen eltérő kockázati és erőfeszítési szintekkel), akkor ki kell számolnunk az alternatív beruházás várható hozamát pénzben kifejezve. Ennek véghezvitele nyilvánvalóan nehéz feladat, így gyakran csak becsléseket adhatunk rá egy „megfelelő” kamatláb és a beruházott pénzösszeg szorzataként.

A közgazdaságtani és számviteli költségek közti különbséget szemlélteti az értékcsökkenés eltérő számítási módja is. Szemléletes példa lehet egy új gépjármű vásárlása után annak értékcsökkenési számítása. A könyvelők a tőke és egyéb javak költségének leírásakor különféle formulákat használva minden évben levon egy részt - konstans vagy csökkenő ütemben - a beruházás értékéből, míg a közgazdász a lehetőségekhez mérten megpróbálja megbecsülni az éppen aktuális piaci értékét az adott jószágnak, majd a levonva a vételi árból megkapja az értékcsökkenést. Az eltérő módszerekből adódóan a tőke

„leírásának” választott módja jelentős befolyással lehet az éves költségmutatók alakulására. A számviteli értékcsökkenés ritkán lesz negatív, míg a közgazdasági egyértelműen az lehet, amikor az eszközök felértékelődnek (Davis & Garcés, 2010).

Látható tehát, hogy a közgazdasági elmélet és a „számviteli valóság” korántsem fedik le egymást.

Még továbbra is az intuíció talaján maradva, ám haladva a következő fejezet formális költségfogalmának előkészítéséhez, érdemes bevezetnünk a határköltség fogalmát. A határköltség definíció szerint egy újabb egységnyi termék előállításához szükséges költség értéke. Vegyük észre, hogy a határköltség és az alternatív költség fogalma lényegében ugyanaz, csak más aspektusból világít rá a jelenségre. Az alternatív költség a döntésünk eredményeképpen feláldozott lehetőség értékére, a határköltség pedig a jelenlegi helyzethez viszonyított és az adott döntéssel járó változásokra hívja fel a figyelmet. Maga a kínálati görbe is azokat a lehetőségeket mutatja, amelyeket ellentételezni kell azért, hogy a termelők bizonyos javakat előállítsanak (Heyne et al., 2004).

Mindezek fényében figyelemre méltó, hogy a költség alapú szabályozás a joggyakorlat részét képezi, mondván az áraknak szoros kapcsolatban kell lenniük a költségekkel. Ám mi történik akkor, ha valamiért jelentősen megnő a kereslet egy termék iránt, és az eladó jelentősen megemeli a termék árát, holott az inputok árai változatlanok? Tényleg nem növekedtek a termelő költségei? Látszólag valóban nem. Azonban most már tudjuk, hogy növekedett a termelő alternatív költsége: a megnövekedett kereslet miatt, a vevők egymásra licitálnak, megnövelve ezzel a termelő minden egyes vevőjével szembeni alternatív költségét (Heyne et al., 2004). A közgazdasági értelemben vett költséget tehát a kereslet és kínálat egymásra hatásának eredményeként is értelmezhetjük.

### **2.3. Mikroökonómiai megközelítés**

A költségfogalom intuitív meghatározása után e fejezetben formálisan is definiáljuk, illetve levezetjük a termelői döntésből magát a költségfüggvényt.

A standard, neoklasszikus mikroökonómia felfogásában a vállalat nem más, mint egy profitmaximalizáló „feketedoboz”, amely a végtermék eladásából keletkező bevételeinek és az inputok felhasználásából származó költségeinek különbségét, a profitot (2.1.), maximalizálja. Geometriailag ez azt jelenti, hogy a vállalat a pénzben mért bevételeket és költségeket az eladott mennyiség függvényében ábrázolva a kettejük között lévő függőleges távolságot maximalizáló termelési mennyiséget választja (2.3. ábra). Analitikusan pedig a

profitmaximalizáló mennyiséget az összbevételi (2.2.) és az összköltségfüggvény (2.3.) mennyiség szerinti deriváltjaként kapott határbevételi (MR = marginal revenue) (2.4.) és határköltség-függvényt (MC = marginal cost) (2.5.) egyenlővé téve kaphatjuk meg.

<p><b>2.3. ábra. A vállalati optimum geometriája (versenyző vállalat esetén) (forrás: Hirshleifer et al. (2005, p.166.))</b></p>	<p><b>2.4. ábra. A költségfüggvényből származtatott legfontosabb görbék (forrás: Hirshleifer et al. (2005, p.171.))</b></p>

$$\Pi = R - C \quad (2.1.)$$

$$R = Pq \quad (2.2.)$$

$$C = VC + FC \quad (2.3.)$$

$$MR = dR/dq \quad (2.4.)$$

$$MC = dC/dq \quad (2.5.)$$

Érdemes jobban szemügyre vennünk az összköltségfüggvényt, amely az egyes kibocsátási szintekhez adja meg a költség pénzbeli értékét (2.3.). Azt láthatjuk rajta, hogy alacsony mennyiség mellett lassabban, majd egyre gyorsuló ütemben növekszik az összköltség (**2.3. ábra**). Ez a csökkenő hozadék elvének megjelenése a függvény alakjában. A mérethozadék kérdése, amellyel később részletesen is foglalkozunk, kiemelt fontosságú

munkánk szempontjából, mivel a termelő döntési feladatának megoldásakor más-más hozadékokot feltételezve eltérő eredményre juthatunk.

A (2.3.) egyenletben az összköltségfüggvény két részre oszlik: változó és fixköltségekre. A változó költség (VC = variable cost) a termelt mennyiség függvényében változik (például a betakarított búza mennyisége a felhasznált munkaerőtől), míg a fixköltségek (FC = fix cost) (például egy irodahelység bérleti díja) függetlenek az outputtól. Az első ábrán a fixköltséget az összköltségfüggvény tengelypontjában olvashatjuk le. Összhangban az előző fejezet intuíciójával, belátható, hogy a termelő döntési feladatában a fixköltség elsüllyedt költség, azaz az adott pillanatban a döntés szempontjából irreleváns. Ez analitikailag annyit tesz, hogy az összköltségfüggvény mennyiség szerinti deriváltjában (2.5.), amely a határköltség-függvényt eredményezi, a fixköltség kiesik, annak deriváltja zérus.

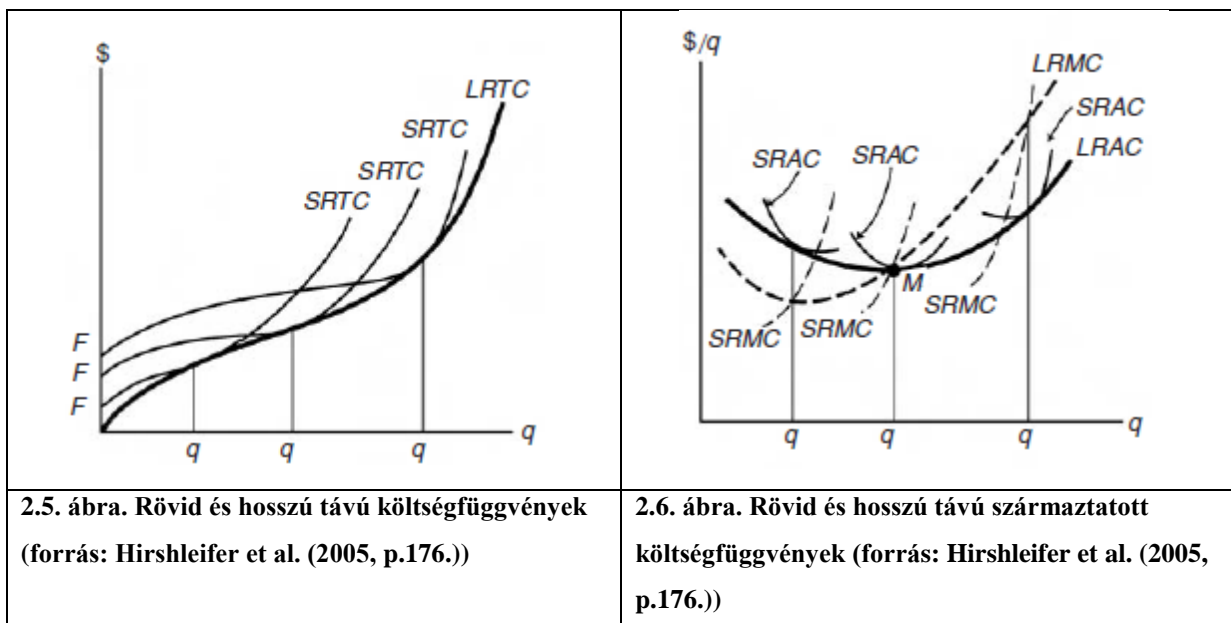
$$AC = C/q \quad (2.6.)$$

$$AVC = VC/q \quad (2.7.)$$

$$AFC = FC/q \quad (2.8.)$$

További fontos költséggörbék még, amelyek szintén az összköltséggörbéből származtathatóak: az átlagköltség (AC = average cost), az átlagos változó költség (AVC = average variable cost) és az átlagos fixköltség (AFC = average fix cost). Kiszámításuk roppant egyszerű. Csupán annyit kell tennünk, hogy az össz-, a változó és a fixköltségeket el kell osztani a megtermelt mennyiség értékével (2.6.-2.8.). A (2.4.) ábráról leolvasható, hogy a határköltség- és az átlagos változó költség görbéjének tengelypontja közös, azonban kezdetben a határköltség gyorsabban csökken, mint az átlagos változó költség, majd gyorsabban is növekszik. A határköltség mindig a minimumpontjában metszi az átlagos változó költség görbéjét, akárcsak az átlagos költségét is. E metszéspontok jelölik ki a vállalat számára az üzembezárási pontot. Hosszú távon csak akkor termel a vállalat, ha a határköltség az átlagos költség felett van, rövidtávon pedig az átlagos változó költségek feletti szakaszon. Ez intuitíve annyit tesz, hogy rövidtávon fedeznie kell a vállalatnak legalább a változó költségeket, míg hosszú távon a változó mellett a fix költségeket is. Bár az átlagos fixköltséget nem mutatja az ábra, minden esetben igaz lesz róla, hogy alakja hiberbola, azaz, ha a megtermelt mennyiség nullához tart, az átlagos fixköltség értéke a végtelenhez, illetve a végtelenben vett határértéke zérus.

Eddig nem ejtettünk róla szót, viszont kiemelt szerepe van az időtáv értelmezésének a költségfüggvény meghatározásában. Kellőképpen hosszú távon ugyanis nem léteznek fix költségek, azaz hosszú távon minden változtatható, még az üzemméret is. Ezek alapján azt mondhatjuk, hogy a hosszú távú költségfüggvény (LRTC = long-run total cost) a különböző üzemméretekhez kapcsolódó költségek (SRTC = short-run total cost) alsó burkolója (**2.5. ábra**), illetve a hosszú távú átlagköltség (LRAC = long-run average cost) a különböző üzemméretek esetén adódó rövidtávú átlagköltségek (SRAC = short-run average cost) alsó burkolója, amelyet a hosszú távú határköltség (LRMC = long-run marginal cost) a minimumában metsz (**2.6. ábra**) (Hirshleifer et al., 2009). A precíz matematikai bizonyítástól ezúttal eltekintünk, mivel munkánk szempontjából az most irreleváns.



## 2.4. A költségfüggvény származtatása a termelői döntésből

Az előző fejezetben már lényegében definiáltuk a költségfüggvény fogalmát és le is vezettük belőle a legfontosabb költséggörbéket, illetve bemutattuk legfontosabb tulajdonságukat, viszont azt nem mondtuk meg, honnan is származik a költségfüggvény, hiszen adottnak tekintettük azt. E fejezet mutatja be, hogyan vezethető le a termelői döntésből, tehát egy optimalizálási feladat megoldásaként, a költségfüggvény.

Mielőtt ezt megtennénk, be kell vezetnünk néhány új fogalmat. Azt már említettük, hogy a mikroökonómia vállalatfelfogásában a vállalatot egy olyan profitmaximalizáló

„feketedoboz”-ként kell elképzelnünk, amely bizonyos inputokból output(oka)t állít elő. Ahhoz, hogy ezt megtegye a *tényezőpiacon* a vállalat keresletével jelenik meg, hogy a termeléshez szükséges erőforrásokat megvásárolja. A termelési tényezők ára függ azok kínálatától, valamint attól, hogy a vállalat a tényezőpiacon mekkora piaci erővel rendelkezik (Hirshleifer et al., 2009). Az egyszerűség kedvéért most tegyük fel, hogy a vállalat a tényezőpiacon árelfogadó és a tényezőkínálat is exogén.

<p>A 2D-es grafikon a termelési függvényt ábrázolja. A vízszintes tengelyen az <math>x_1</math> ráfordítás, a függőleges tengelyen a termék mennyisége <math>y</math> látható. A görve az <math>y = f(x_1, \bar{x}_2)</math> képletet követi, és a kezdeti szakaszon meredek, majd aszimptotikusan közelít a vízszintes tengely felé.</p>	<p>Ez a 3D-es ábrák a termelési függvény felületét mutatja. A függőleges tengely a termék mennyisége <math>q</math>. A két vízszintes tengely az <math>a</math> és <math>b</math> ráfordítások mennyiségét jelöli. A felületen különböző kibocsátási szintvonalak (E, D, C) láthatók, amelyek a különböző <math>q</math> értékekhez tartoznak.</p>	
<p><b>2.7. ábra. Termelési függvény - egy termék (y) és egy ráfordítás (x) (forrás: Varian (2006, p.331.))</b></p>	<p><b>2.8. ábra. Termelési függvény - egy termék (q) és két ráfordítás (a,b) (forrás: Hirshleifer et al. (2009, p.458.))</b></p>	
<p>A Leontieff-technológiai izokvantok L alakúak. A vízszintes tengelyen az <math>x_1</math>, a függőleges tengelyen az <math>x_2</math> ráfordítások láthatók. Az izokvantok egymáshoz képest párhuzamosak és azonos méretűek.</p>	<p>A Cobb-Douglas-technológiai izokvantok görbék. A vízszintes tengelyen az <math>a</math>, a függőleges tengelyen az <math>b</math> ráfordítások láthatók. Három izokvanta van ábrázolva: <math>q = q_0</math>, <math>q = q_1</math> és <math>q = q_2</math>. A görbék a <math>G</math>, <math>H</math> és <math>E</math> pontoknál metszik egymást.</p>	<p>A tökéletes helyettesítő technológiai izokvantok egyenesek. A vízszintes tengelyen az <math>x_1</math>, a függőleges tengelyen az <math>x_2</math> ráfordítások láthatók. Az izokvantok egymáshoz képest párhuzamosak és azonos méretűek.</p>
<p><b>2.9./a ábra. Izokvantok Leontieff-technológiai termelési függvény esetén (forrás: Varian (2006, p.324.))</b></p>	<p><b>2.9./b ábra. Izokvantok Cobb-Douglas termelési függvény esetén (forrás: Hirshleifer et al. (2009, p.458.))</b></p>	<p><b>2.9./c ábra. Izokvantok tökéletes helyettesítő technológia esetén (forrás: Varian (2006, p.326.))</b></p>

A vállalat optimalizálási feladatában a technológia korlátozó feltételként szerepel. Ez mutatja meg nekünk a megvalósítható input-output kombinációk határát a *termelési függvény* (2.9.) formájában, illetve a termelés lehetséges halmazát (**2.7. ábra**). Az (**2.7.**) ábrán egy termék és egy ráfordítás van ábrázolva, ám a termelési függvény természetesen kiterjeszhető több termékre és több ráfordításra is (2.9.). A termelési tényezőket jelöljük kis betűvel (a, b, c, ...), az output mennyiségét q-val, magát a termelési függvény hozzárendelési szabályát pedig  $\Phi$  jelöli. E hozzárendelési szabály az alkalmazott technológiától függően más és más lehet (2.11.-2.13.).

$$q_i = \Phi(a, b, c, \dots) \quad (2.9.)$$

A *mérethozadék* mutatja meg nekünk, hogy a termelési tényezők egységnyi növelésének hatására hányszorosára változik a kibocsátás (4.2).

$$\Phi(za, zb) = z^k q \quad (2.10.)$$

Ha a (2.10.) egyenletben a k kitevő kisebb, mint egy, akkor az inputokat z-szeresére növelve a kibocsátás kevesebb mint z-szeresére nő, ilyenkor beszélünk csökkenő mérethozadékról. Ha k=1, akkor a mérethozadék konstans, ha pedig k>1, növekvő. Ez azért fontos nekünk, mert a termelői feladatnak csak akkor létezik biztosan megoldása, ha a mérethozadék csökkenő. Ha a mérethozadék növekvő, a profit végtelen, ha konstans, a profit végtelen vagy zérus.

A különböző *termelési technológiák* különböző alakú termelési függvényt indukálnak (2.11.-2.13.).

$$q = K a^\alpha b^\beta \quad (2.11.)$$

$$q = (\alpha a + \beta b)^k \quad (2.12.)$$

$$q = (\min\{\alpha a; \beta b\})^k \quad (2.13.)$$

A leggyakrabban használt forma a Cobb-Douglas-típusú termelési függvény (2.11.). Ekkor a mérethozadék a termelési tényezők kitevőinek összegétől függ. Ha ez kisebb, mint egy, akkor csökkenő, ha egyenlő eggyel, állandó, és ha nagyobb, mint egy, növekvő mérethozadékkal van dolgunk. Ha az egy termék és két ráfordítás struktúrában gondolkodunk, akkor könnyen ábrázolhatóak e termelési függvény izokvantjai (**2.9./a/b/c ábra**), amelyek azt mutatják, hogy mely input kombinációk segítségével érhetőek el rögzített kibocsátási szintek. Geometriailag ez azt jelenti, hogy a háromdimenziós termelési függvényt (**2.8. ábra**) szemlélve a termelési

szinteket úgy kell tekintenünk, mintha egy domborzati térkép magasságvonalait látnánk. A (2.12.) egyenlet a tökéletes helyettesítő technológiát foglalja függvényformába, míg a (2.13.) a tökéletes kiegészítést írja le formálisan (utóbbira egy szemléletes példa, amikor az autógyár egy darab karosszériához mindig négy darab kereket használ fel). E két függvény  $k$  kitevője a mérethozadékról árulkodik, akárcsak a Cobb-Douglas eset kitevőinek összege.

Most már elég előismerettel vagyunk felvértezve, hogy megoldjuk a termelő feladatát. Igazából két feladattal is szembesül a termelő, az egyik, amelyre már többször utaltunk munkánk során, a profitmaximalizálási feladat (2.14.). Ekkor a bevételek és a költségek különbségét maximalizálja a termelő az előbb bemutatott technológiai korlát tükrében. E feladat megoldásának eredményeképpen megkapjuk a vállalat tényezőkeresleti (2.15./a és 2.15./b), kínálati (2.16.) és profitfüggvényét (2.17.), amelyek az output és input termékek árainak ( $h_a$  és  $h_b$ ) függvényében adják meg az optimális input- és outputmennyiségeket, valamint az optimális profit mértékét. A megoldás precíz matematikai levezetésétől most eltekintünk, mivel számunkra sokkal fontosabb lesz a termelő költségminimalizálási feladata.

$$\text{célfüggvény: } \Pi = pq - (h_a a + h_b b) \rightarrow \max_{q,a,b} \quad (2.14.)$$

$$\text{korlátozó feltétel: } q = \Phi(a, b)$$

$$a^* = a(P, h_a, h_b) \quad (2.15./a)$$

$$b^* = b(P, h_a, h_b) \quad (2.15./b)$$

$$q^* = q(P, h_a, h_b) \quad (2.16.)$$

$$\Pi^* = \Pi(P, h_a, h_b) \quad (2.17.)$$

A (2.14.) feladat duális párja a termelő költségminimalizálási feladata (2.18.), amelynek során költségeit egy rögzített kibocsájtási szinthez képest és adott technológiai korlát mellett minimalizálja. A feladat megoldásai a feltételes tényezőkeresleti (2.19./a és 2.19./b) valamint a költségfüggvény (2.20.), amelyek megadják minden kibocsájtási szinthez és tényezőárakhoz az optimális tényező felhasználási mennyiséget, illetve a minimális költség összegét. Innen származik tehát a költségfüggvény. A következőekben az egyes speciális termelési technológiákhoz tartozó költségfüggvényeket formálisan is levezetjük.



$$\text{célfüggvény: } C = (h_a a + h_b b) \rightarrow \min_{a,b} \quad (2.18.)$$

$$\text{korlátozó feltétel: } \bar{q} = \Phi(a, b)$$

$$a^* = a(q, h_a, h_b) \quad (2.19./a)$$

$$b^* = b(q, h_a, h_b) \quad (2.19./b)$$

$$C = q(P, h_a, h_b) \quad (2.20.)$$

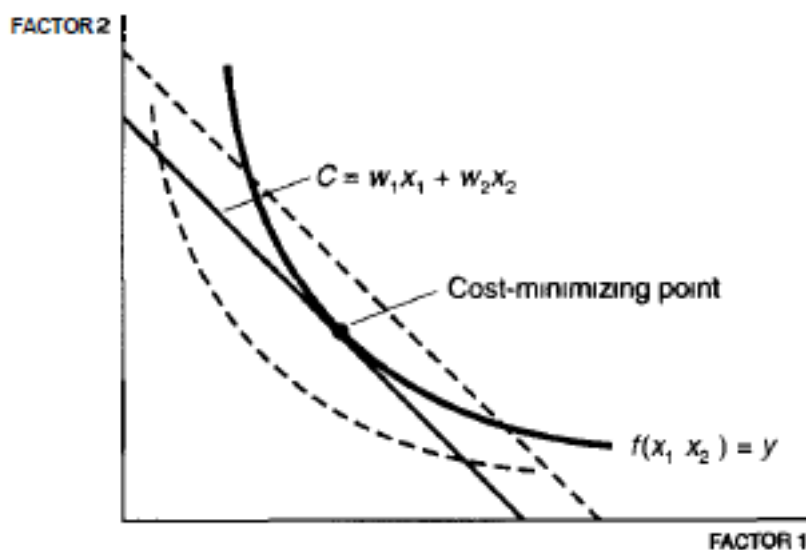
## 2.5. Származtatás eltérő termelési függvények esetén

E fejezetben megmutatjuk, hogy bizonyos speciális termelési függvények (2.11.-2.13.) esetében hogyan határozhatjuk meg a költségfüggvényt. Megvizsgáljuk a *Cobb-Douglas*, a *tökéletes helyettesítő* és a *tökéletes kiegészítő* esetét. A feladatoknál mindvégig azt feltételezzük, hogy a vállalat a tényezőpiacon árelfogadó, a termelési tényezők árai konstansok, a termelési függvény pedig csökkenő mérethozadékú.

Kezdjük először a Cobb-Douglas esettel (2.21.)! Mivel a termelési függvényünk Cobb-Douglas-alakú, a feladat megoldását bátran kezdhethetjük a TRS-feltétel felírásával. Ez mutatja meg nekünk a termelési tényezők közötti helyettesítési határárányt, amely geometriailag az izokvantok meredekségét határozza meg minden egyes pontban, analitikusan pedig a termelési függvény teljes differenciáltjával egyenlő<sup>5</sup>. Akkor termelünk optimumban, ha a helyettesítési határárány megegyezik a termelési tényezők árárányával (2.22.). Célunk tehát a legalacsonyabb egységköltség-egyenest elérni adott outputszint mellett (**2.10. ábra**). Ha megértettük a minimalizálási feladatot, akkor már csak algebra a feladat megoldása. Először kifejezzük az egyik termelési tényezőt a TRS-feltételből (2.23.), majd visszahelyettesítjük azt a korlátba (2.24.), végezetül a termelési tényező mennyiségére rendezzük az egyenletet.

---

<sup>5</sup>  $dq = \frac{\partial \phi}{\partial a} da + \frac{\partial \phi}{\partial b} db$



2.10. ábra. A költségminimalizáló termelő optimális döntése (forrás: Varian (1992, p.51.))

Így kapjuk meg tehát a feltételes tényezőkínálati függvényeket (2.25.), amelyek minden mennyiséghez, és minden inputárhoz megadják a termelési tényezőből felhasználható optimális mennyiséget. A költségfüggvény meghatározásánál a célfüggvénybe a feltételes tényezőkeresleti függvényeket kell már csak behelyettesítenünk, és ezzel megoldottuk a feladatot (2.26.).

$$\text{célfüggvény: } C = (h_a a + h_b b) \rightarrow \min_{a,b} \quad (2.21.)$$

$$\text{korlátozó feltétel: } q = K a^\alpha b^\beta$$

$$TRS = \frac{h_a}{h_b} = \frac{b \alpha}{a \beta} \quad (2.22.)$$

$$a = b * \frac{h_b \alpha}{h_a \beta} \quad \text{és} \quad b = a * \frac{h_a \beta}{h_b \alpha} \quad (2.23.)$$

$$q = K * a^{\alpha+\beta} * \left(\frac{\beta h_a}{\alpha h_b}\right)^\beta \quad (2.24.)$$

$$a^*(q, h_a, h_b) = \sqrt[\alpha+\beta]{\frac{q}{K} \left(\frac{\alpha h_b}{\beta h_a}\right)^\beta} \quad \text{és} \quad b^*(q, h_a, h_b) = \sqrt[\alpha+\beta]{\frac{q}{K} \left(\frac{\beta h_a}{\alpha h_b}\right)^\alpha} \quad (2.25.)$$

$$C(q, h_a, h_b) = \sqrt[\alpha+\beta]{\frac{q}{K} \left(\frac{\alpha h_b}{\beta h_a}\right)^\beta} * h_a + \sqrt[\alpha+\beta]{\frac{q}{K} \left(\frac{\beta h_a}{\alpha h_b}\right)^\alpha} * h_b \quad (2.26.)$$

Folytassuk a tökéletes helyettesítő technológiával a költségfüggvény levezetését (2.27.)! Ilyenkor az izokvantok alakja negatív meredekségű egyenes (**2.9./c ábra**). Akárcsak az egyenlőköltség-egyenesé. Ekkor sarokponti megoldást kapunk, illetve, ha a két meredekség megegyezik indeterminált esettel van dolgunk és csak optimális intervallumot tudunk megadni inputfelhasználásra. Első feladatunk tehát eldönteni, hogy az izokvant vagy az egyenlőköltség-egyenes meredekebb-e. Ez alapján könnyen belátható, hogy a termelő csak az egyik termelési tényezőt használja fel (intuitívan az olcsóbbat és/vagy a hatékonyabbat) (2.28./a vagy 2.28. /b). Ez után az eljárás hasonló az előző feladat megoldási algoritmusához. Meghatározzuk a feltételes tényezőkinálati függvényt (2.29./a), miután visszahelyettesítettünk a korlátozó feltételbe, végül pedig meghatározzuk a költségfüggvényt úgy, hogy a célfüggvénybe írjuk a feltételes tényezőkinálati függvényeket (2.30./a).

$$\text{célfüggvény: } C = (h_a a + h_b b) \rightarrow \min_{a,b} \quad (2.27.)$$

$$\text{korlátozó feltétel: } q = (\alpha a + \beta b)^k$$

$$\text{ha } \frac{\alpha}{\beta} < \frac{h_a}{h_b} \text{ akkor } b^* = 0, \text{ és } q = (\alpha a)^k \quad (2.28./a)$$

$$a^*(q, h_a, h_b) = \frac{k\sqrt[k]{q}}{\alpha} \quad (2.29./a)$$

$$C(q, h_a, h_b) = \frac{k\sqrt[k]{q}}{\alpha} * h_a \quad (2.30./a)$$

$$\text{ha } \frac{\alpha}{\beta} > \frac{h_a}{h_b} \text{ akkor } a^* = 0, \text{ és } q = (\beta b)^k \quad (2.28./b)$$

$$b^*(q, h_a, h_b) = \frac{k\sqrt[k]{q}}{\beta} \quad (2.29./b)$$

$$C(q, h_a, h_b) = \frac{k\sqrt[k]{q}}{\beta} * h_b \quad (2.30./b)$$

Végezetül a tökéletes kiegészítő technológia esetén történő feladatmegoldást mutatjuk be. (2.31.) Az izokvantok alakja ilyenkor L-alakú (**2.9./a ábra**), a termelő mindig meghatározott arányban használja fel az inputokat, ezért törésponti megoldást kapunk. A megoldási algoritmus analóg az előzőekkel.

$$\text{célfüggvény: } C = (h_a a + h_b b) \rightarrow \min_{a,b} \quad (2.31.)$$

$$\text{korlátozó feltétel: } q = (\min\{\alpha a; \beta b\})^k$$

$$\text{törésponti feltétel: } \alpha a = \beta b \quad (2.32.)$$

$$q = (\alpha a)^k \text{ és } q = (\beta b)^k \quad (2.33.)$$

$$a^*(q, h_a, h_b) = \frac{\sqrt[k]{q}}{\alpha} \text{ és } b^*(q, h_a, h_b) = \frac{\sqrt[k]{q}}{\beta} \quad (2.34.)$$

$$C(q, h_a, h_b) = \frac{\sqrt[k]{q}}{\alpha} * h_a + \frac{\sqrt[k]{q}}{\beta} * h_b \quad (2.35.)$$

## 2.6. Elmélet és valóság

Eddigi fejezetekben definiáltuk a közgazdaságtan költségfogalmát, valamint magát a költségfüggvényt is. Megmutattuk, hogy racionális, azaz profitmaximalizáló vállalatot és tökéletes tényezőpiacot feltételezve hogyan vezethetjük le a költségfüggvényt, amely - egy minimalizálási feladat eredményeként - meghatározza minden egyes kibocsátási szinthez a legalacsonyabb költségértéket.

Az is igaz ugyanakkor, hogy eddig csak elmélettel foglalkoztunk, azaz egy alapvetőbb szintről vezettük le a költségfüggvényt. Nem mutattuk meg viszont, hogy a valóság mennyire simul rá bemutatott modelljeinkre. Egyáltalán, empirikusan mennyire ellenőrizhető elméletünk helyénvalósága? Milyen adatok állnak rendelkezésre, amelyen elvégezhetnénk e vizsgálatokat, ha már az elején leszögeztük, hogy a közgazdaságtan költségfogalma eltér a számvitelitől? Érezhető, hogy a továbbiakban „irányváltásra” lesz szükségünk, ha ehhez hasonló természetű kérdésekre is szeretnénk választ adni. Márpedig szeretnénk! Ezért a továbbiakban más aspektusból is megközelítjük a költségfüggvény meghatározásának kérdését. Szeretnénk megmutatni, hogyan becsülhető meg a költségfüggvény számviteli adatokból ökonometriai módszerekkel.

### **3. Néhány praktikus megfontolás költségfüggvények becslésénél**

A költségfüggvények becslésének széles körben elterjedt módjai a mérnöki és a számviteli módszer, melyeket röviden ismertetünk.

A *mérnöki megközelítés* (engineering approach) közvetlenül az inputok és outputok fizikai kapcsolatát ragadja meg. A technológiát és az inputárakat adottnak véve a termelő feladata a költségminimalizálás, aminek elméleti háttéréről korábbi fejezetünkben már értekeztünk. Leginkább a rövidtávú becsléseknél vehetjük e módszernek hasznát, hiszen a technológia és a tényezőárak hosszútávon könnyen megváltozhatnak. Habár hosszú idősorok híján hasznos lehet ehhez nyúlnunk, a különböző folyamatok megértéséhez komoly mérnöki tudásra van szükségünk. Egyike a legelsőeknek, akik ezt a módszert használták a költségfüggvény becslésének Chenery (1949) volt, aki azt találta, hogy a csővezetékes szállítás költségfüggvénye függ a cső átmérőjétől, vastagságától, a nyomásrátától, illetve a lóerőtől.

Egy másik, a számvittel foglalkozó szakemberek által használt módszer azon alapszik, hogy a költség-kibocsátás kapcsolat becsléséhez a teljes költséget fix- és változó költség kategóriákba sorolhatjuk. Az átlagos változó költség és a fix költség meghatározása a vizsgálatokból és a tapasztalatból adódik, majd a teljes-, átlag-, és a határköltség matematikai műveletekkel nyerhető ki. Ahhoz, hogy konzisztens költségfüggvényeket becsülhessünk e módszerrel, a számviteli adatok részletes kimutatására van szükségünk. Miután rendszereztük a mutatókat, következik az idősoros vagy keresztmetszeti adatbázison végzett regresszió futtatása. A becslés folyamata három fázisból tevődik össze: a költség összetevőinek meghatározása, a költségfüggvény függvényformájának meghatározása, majd a regresszió lefuttatása. Tanulmányunkban ez utóbbi kifejtett, számviteli-ökonometriai módszer bemutatására helyezzük a hangsúlyt, alkalmazásukra pedig több példát is mutatunk.

#### **3.1. Az összetevők meghatározása**

A költségek és költségfüggvények becsléséhez szükségünk van a költségek összetevőire, a számviteli adatok átlátható, egyértelmű értelmezésére. A termelés költsége számos tényezőtől függ, melyek egy iparágon belüli vállalatok esetén és a különböző iparágak között is igen

eltérő képet mutathatnak. Az alapvető meghatározói a költségfüggvénynek a következő kategóriákba sorolhatóak:

- Üzemméret: attól függően, hogy az adott vállalat milyen körülmények között termel, megkülönböztethetünk csökkenő és növekvő mérethozadékokat. Amennyiben az üzemméret növekedése csökkenti az egységnyi kibocsátásra jutó átlagköltséget, növekvő; míg a nagyobb üzemmelletti magasabb átlagköltség esetén csökkenő mérethozadékról beszélünk.
- Kibocsátás: a magasabb kibocsátási szinthez magasabb teljes költség tartozik, hiszen több nyersanyagra, munkaerőre van szükség a vállalatnak.
- A termeléshez használt inputok ára: a vállalat költségeit nagyban befolyásolja, hogy milyen áron tudja beszerezni a termékének előállításához szükséges inputokat.
- Technológia fejlettsége: a közgazdasági elmélet szerint a technológia fejlesztése növeli a termelékenységet és csökkenti a termelési költséget.
- Vállalkozói hatékonyság: habár nehezen megfigyelhető ez utóbbi minősége, azt elmondhatjuk, hogy minél hatékonyabban tud működni a vállalat vezetése, döntéshozása, annál olcsóbb a termelés.

A költségekről szóló adatok gyűjtésekor és az azokból való becsléskor számos nehézség felmerülhet. Ezek közül a leggyakoribbak Davis & Garcés (2010) és Walters (1963) alapján a következők:

(a) A „közös költségek” (joint cost) miatt annak megállapítása, hogy egy termék létrehoz-e „túlzó profitot”, egy több terméket is előállító vállalat esetén igen nehézkes.

(b) A vertikálisan összefüggő vállalatoknál lehetőség van a *transzferárazáson* keresztül a költségeket olyan inputokhoz kötni, melyek nem feltétlenül tükrözik az adott input valóságos értékét.

(c) Szintén nehézség adódik az *eltérő időzítésből*, hiszen a költségek és bevételek gyakran egymástól és a számviteltől eltérő időpontokban merülnek fel. Az egységnyi számviteli idő általában különbözik az egységnyi gazdasági időperiódustól: általában a pénzügyi év hosszabb a hagyományos értelemben vett közgazdaságtani rövidtávnál; utóbbi esetben feltételezzük, hogy egyetlen termelési tényező mennyiségén tud csak változtatni a vállalat.

Smith (1942) érvelése szerint a gazdasági időperiódusok alatti költségváltozások a számviteli adatokban kiátlagolódnak, így nem túl meglepő a számviteli határkötség konstanshoz közeli viselkedése.

(d) Az előzőekben már kifejtett *értékvesztési leírás* eloszlása a közgazdasági kritériumok helyett általában az adószervek által határozódik meg. Staehle (1942) állítása szerint az értékcsökkenési leírások számviteli kiosztása a költséggörbe hamis linearitását eredményezi. A tőkeszolgáltatások értékelése a jelenbeli árak helyett a historikus költségeken alapszik, ebből adódóan a keresztmetszeti adatokból becsült hosszú távú költséggörbe meredeksége lefelé torzul abban az esetben, ha nagyvállalatoknak öreg eszközei és a kisvállalatoknak új gépei és épületei vannak. Erre a problémára megoldást jelenthet az eszközök jelenbeli árakon való újraértékelése; ez azonban nem túl egyszerű feladat, ha az értékelendő felszerelés hosszú élettartamú.

(e) A raktár értékelése gyakran az egyszerű szokáson alapszik. A felsorolt hiányosságok nem végzetesek a költségfüggvény becslésekor, hiszen az elégtelenségek közül néhányon túljuthatunk a megfelelő kiigazítások segítségével.

További torzítás forrása lehet, hogy a számviteli szakemberek az egységnyi termékre vonatkozó költségeket oly módon számolják ki, hogy a termelést különálló *műveletekké* osztják föl, majd a műveletek munkaerőigényének mértékét felértékelve megállapítják az azokra vonatkozó költséget. A mérnöki megközelítés szintén számos buktatót rejt magában, melyek természete sokban hasonlít a számviteli módszerben jelenlevőkhöz; műveletek helyett *folyamatokra* bontják a termelést. Mindkét eljárásra érvényes a probléma hogy a műveletek és folyamatok egymással átfedésben is lehetnek, így előfordulhat, hogy az azokra vonatkozó költségek nem lesznek összeadhatóan szétválaszthatóak (additive separable). Mégis azt mondhatjuk, hogy a gyakorlatban kielégítő vállalati és iparági becslésekhez juthatunk mindkét módszer alkalmazásával.

### **3.2. A változók operacionalizálása**

A gyakorlatot tekintve, lévén a termelési és a költségfüggvény igen szoros kapcsolatban áll egymással, úgy gondoljuk, a valós számviteli adatok kategorizálásánál bátran támaszkodhatunk Reiff et al. (2002) átfogó, - a magyar ipari vállalatok termelési

lehetőségének határárát vizsgáló - tanulmányának gyakorlatára. A becsléskor használt változók operacionalizálásakor a különböző számviteli kimutatásokra támaszkodhatunk (mérlegek, eredménykimutatások, éves beszámolók), ugyanakkor az elemzői felelősséget terheli a valóságot legkevésbé torzító mutatók megválasztása. A fent idézett tanulmány által használt mutatókat és az általunk vélt megfeleltethető számviteli tételeket (3.1.) táblázatba gyűjtöttük:

kibocsátás		munkaerő költsége		tőke költsége	
	Mivel közelítenénk		Mivel közelítenénk		Mivel közelítenénk
nettó bevétel az eladásokból	értékesítés nettó árbevétele <sup>6</sup>	alkalmazottak fizetése	személyi jellegű ráfordítások <sup>6</sup>	tárgyi eszközök	dologi javak beszerzési értéke - amortizáció - értéknövelő felújítások <sup>7</sup>
hozzáadott érték	értékesítés nettó árbevétele - anyagi jellegű ráfordítások + aktivált saját teljesítmények értéke <sup>6</sup>	alkalmazottak átlagos száma	kiegészítő mellékletből	amortizáció	értékcsökkenési leírás <sup>6</sup>

**3.1. táblázat. A költségfüggvény változóinak proxyzása. (forrás: Reiff et al. (2002): Productive Efficiency in the Hungarian Industry.)**

A változók közötti választáskor felhívják a figyelmet néhány fontos elméleti megfontolásra: a kibocsátás esetében a preferált változó a hozzáadott érték, mivel a bevételek egyszerűen növelhetőek szimplán az alapanyagok felvásárlásával és újbóli eladásával bármilyen további tevékenység nélkül. Annak ellenére, hogy a hozzáadott érték - nehezen értelmezhetően - negatív is lehet, a szerzők mégis ezt választották a kibocsátás proxyjának. A munkaerő változóját vizsgálva azt mondhatjuk, hogy a költségfüggvény becsléséhez a legideálisabb az alkalmazottak fizetése lenne, nehézséget jelent ugyanakkor a megfelelő diszkontráta

<sup>6</sup> eredménykimutatásból

<sup>7</sup> mérlegből



meghatározása az időbeli összehasonlíthatóság szempontjából. Habár a különböző adózási megfontolások befolyással lehetnek rá, a szerzők mégis az értékvesztést találták a leginkább problémásnak tartott tőkeváltozó legalkalmasabb proxyjának.

### **3.3. A függvényformáról**

Walters 1963-os tanulmányában arról ír, hogy amíg gyakori vitatémaként szolgál a közgazdászok körében a csökkenő hozadék elvének relevanciája, egy alternatív hipotézis szerint a határkölség egész egyszerűen konstans, legalábbis rövidtávon. Ez utóbbi megközelítés a korban nagy népszerűségnek örvendett a számvitellel foglalkozók és az üzletemberek között. Szintén Walters (1963) szerint a hosszú távú költségfüggvény alakjának megállapítását már nem segíti a hagyományos vállalatfelfogás, bár intuitívan vizsgálódva arra jutunk, hogy a méretgazdaságosság igenis érvényesül egyrészt a nagy mennyiségek könnyebb kezelhetőségén, a kockázatok szétteríthetőségén és a bizonytalanság költségének csökkenésén, végül az ember és tőke oszthatatlanságán keresztül. Ez utóbbi arra vonatkozik, hogy egy nagyobb gép feltehetően hatékonyabban tud nagymennyiségű terméket előállítani, mint egy kisebb. Egyrészt, a termelés kezdeti szakaszát vizsgálva igen meggyőző érvek támasztják alá a növekvő üzemmérettel párhuzamosan csökkenő költségek tendenciáját. Másrészt, az iskolapéldaként is gyakran emlegetett esetet tekintve - miszerint az irodában már annyi okos elemző van, hogy el sem férnek egymástól, így sokkal kevésbé hatékonyan tudják megállapítani, hogy milyen mértékben tekinthető kizorítónak a vizsgált vállalat által alkalmazott ár -, egy idő után visszahajlik a költségfüggvény a nagymértékben megemelkedett szervezési és felügyeleti költségek miatt. Összességében arra jutunk, hogy a legtöbb elmélet az elemzés szempontjából egy U-alakú költségfüggvényt gondol a legmegfelelőbbnek, persze végül az utolsó szó az empiriát illeti.

A következő (3.2.) táblázat egy sor határ- és átlagköltséget becsülő tanulmányt és azok eredményeit ismerteti. A fő következtetés, hogy rövidtávon egy lineáris változó költség függvény és konstans határkölség írja le a leginkább a valós költségek alakulását a termelés „releváns” szakaszán.

Tanulmány szerzője	Iparág	Eredmény
Dean (1936)	Bútor	Konstans MC, a rövidtávú átlagköltség (SRAC) nem emelkedik
Dean (1941)	Bőr övek	Szignifikánsan növekvő MC elutasítva Dean szerint
Dean (1941)	Harisnya-kötöttáru	Konstans MC, a rövidtávú átlagköltség (SRAC) nem emelkedik
Dean (1942)	Áruház	csökkenő vagy konstans MC, az áruházon belüli részlegtől függően
Ezekiel and Wylie(1941)	Fémipar	csökkenő MC, de nagy varianciával
Johnston (1960)	Elektromosság és ételfeldolgozás	'közvetlen' költség a kibocsátás lineáris függvénye, MC konstans
Johnston (1960)	Elektromosság	Átlagos teljes költség csökken, majd ellaposodik konstans MC-hez tartva
Mansfield and Wein (1958)	Vasút	Konstans MC
Yntema (1940)	Fémipar	Konstans MC

3.2. táblázat. Válogatott tanulmányok eredményei iparági költségfüggvényekről

(forrás: A.A. Walters (1963) *Production and Cost Functions: An Econometric Survey*)

### 3.4. A regresszió futtatásakor felmerülő ökonometriai nehézségek

Négy fő probléma merül fel termelési és költségfüggvény ökonometriai becslésekor: az endogenitás, a függvényforma megválasztása, a technológiai változások és a többtermékes vállalatok (Davis & Garcés, 2010). E fejezetben ezeket vizsgáljuk meg dióhéjban.

Nézzük először az *endogenitás* kérdését! Gondot az okozhat számunkra, hogy az inputok mennyisége összefügghet a meg nem figyelt termelékenységgel (amely ez esetben a regressziónk hibataja), így az OLS-becslés nem lesz konzisztens. A példa szemléltetésére képzeljünk el egy magas termelékenységű céget, amely rengeteg inputot használ fel. Ekkor egyrészt tudjuk, hogy a hatékonyabb cég minden kibocsátási szinthez kevesebb inputot

használ fel, mint kevésbé hatékony versenytársai, másrészt, e vállalatok valószínűleg jóval nagyobbak is. Következésképp a magas termelékenységu vállalatok produktívabbak és több inputot is használnak fel. Ökonometriailag a problémát az okozza tehát, hogy a hibatag és a(z egyik) magyarázó változónk korrelál egymással. Megoldásképp találnunk kell egy olyan instrumentális változót, amely jó proxyja a vállalat inputkeresletének, ugyanakkor független a termeléstől (az alternatív közelítési módok egyike lehet a vállalati beruházás).

A második gyakorlati probléma a függvényformák megválasztásánál adódhat. Nem lehet ugyanis ad hoc a feltételezésünk az alkalmazott technológiáról (kiegészítés, helyettesítés, Cobb-Douglas-eset) és a mérethozadékról se. Kellőképpen flexibilis függvényformát kell megadnunk az adatok eloszlásának függvényében. A túlzottan rugalmas és a túl szigorú megszorítások is könnyen helytelennek bizonyulhatnak a mérethozadékra vonatkozóan. Idősoros adatoknál számolnunk kell a technológia változásával is, amelyek megváltoztatják a termelési és költségfüggvények alakját. Ilyenkor az input árak, az output szintjei és a teljes költségösszegek nem összehasonlíthatók amennyiben nem kontrollálunk a technológiai változásra is.

A harmadik, főként idősorokon végzett becsléseknél fellépő probléma az *iparág technológia változásának szerepeltetése*. Az utóbbira való kontrollálás nélkül a hosszútávra vonatkozó költségmutatóink összehasonlíthatósága erősen sérül. Habár a keresztmetszeti vizsgálatok esetében kevésbé okoz közvetlen problémát a technológiai változás, egyaránt számolnunk kell annak hatásával.

A legfontosabb problémák felsorolását pedig a *többtermékes vállalatokkal* zárjuk. Ilyenkor roppant nehéz elválasztani egymástól, hogy az egyes termékek előállításához milyen mértékben járultak hozzá az egyes inputok. Az elemzendő adatbázis előállítása is igazi kihívás ilyenkor, nemcsak a több együtthető becslése.

## 4. A költségfüggvény becslése a gyakorlatban

### 4.1. Nerlove becslése

Először Nerlove 1963-as cikkén keresztül mutatunk egy lehetséges utat a költségfüggvény becslésére. Ezen eljárás analógiája iparági elemzésekre alkalmazható, és elvégzéséhez keresztmetszeti adatokra van szükségünk. A szerző 145 cég költség és inputadatait vizsgálva az Egyesült Államok elektromos erőműveinek egy hagyományos Cobb-Douglas termelési függvényéből indult ki (4.1.), ahol sorrendben haladva  $Q$ ,  $L$ ,  $K$  és  $F$  az outputot, a tőkét, a munkaerőt és az üzemanyagot jelenti,  $u$  pedig az egyenlet maradéktagja, amely a nem megfigyelhető termelékenységet mutatja.

$$Q = \alpha_0 L^{\alpha_L} K^{\alpha_K} F^{\alpha_F} u \quad (4.1.)$$

Az elméletről szóló fejezetben már megmutattuk, hogyan vezethető le a költségfüggvény különböző termelési függvényeket, mint korlátokat feltételezve. E levezetést most nélkülözve a (4.2.) egyenlet mutatja meg nekünk, hogy milyen alakban írhatnánk fel a költségfüggvényt ebben az esetben, ahol  $v = u^{-1/r}$  és  $r = \alpha_L + \alpha_K + \alpha_F$ , továbbá  $k = r(\alpha_0 \alpha_L^{\alpha_L} \alpha_K^{\alpha_K} \alpha_F^{\alpha_F})^{-1/r}$ . Vegyük észre, hogy e felírásban az  $r$  paraméter tulajdonképpen a mérethozadék mérőszáma, amely ebben az esetben minden mennyiség mellett konstans (Davis & Garcés, 2010).

$$C = kQ^{1/r} p_L^{\alpha_L/r} p_K^{\alpha_K/r} p_F^{\alpha_F/r} v \quad (4.2.)$$

E költségfüggvény könnyen átírható egy logaritmikus transzformációval olyan alakba, amelyet már OLS-becsléssel is tesztelhetünk (4.3.). Ezen egyenletben  $\beta_0 = \ln k, \beta_Q = 1/r, \beta_{L,K,F} = \alpha_{L,K,F}/r$  és  $V = \ln v$ .

$$\ln C = \beta_0 + \beta_Q \ln Q + \beta_L \ln p_L + \beta_K \ln p_K + \beta_F \ln p_F + V \quad (4.3.)$$

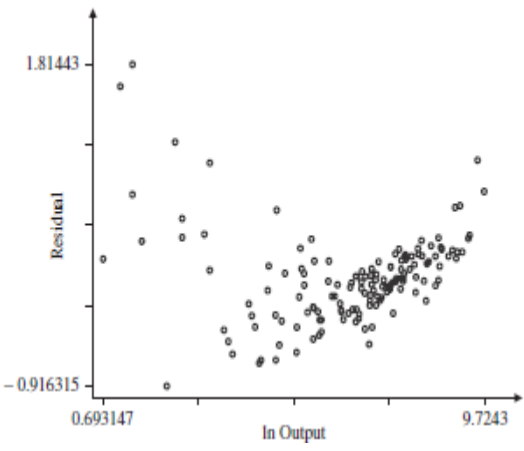
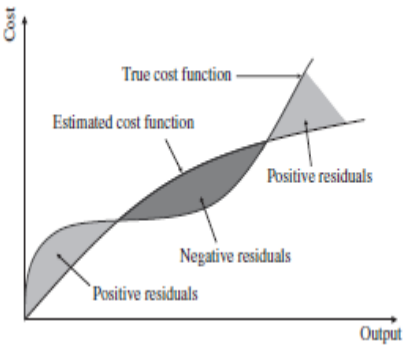
E fentebbi modell (4.3.) korlátozás nélküli volt, azaz még nem követeltük meg tőle néhány mikroökonómiai feltétel teljesülését. Például, ha azt szeretnénk, hogy az inputárak tekintetében a költségfüggvény első fokon homogén legyen (amely nem elrugaszkodott feltételezés), akkor ehhez fel kell tennünk, hogy  $\beta_L + \beta_K + \beta_F = 1$ . Ekkor a korlátozott modellünk a (4.4.) alakot ölti. Láthatjuk, hogy  $\beta_K$  paraméterünk látszólag „eltűnt”, valójában kifejezhető  $\beta_L$  és  $\beta_F$  segítségével. Ez azért is nagyon praktikus számunkra, mert a tőkeadatok

sokszor zajosak, korlátozás nélküli modellekben tehát igen bajos lenne megbízható adatot rendelni hozzá.

$$\ln C - \ln p_K = \beta_0 + \beta_Q \ln Q + \beta_F(\ln p_F - \ln p_K) + \beta_L(\ln p_L - \ln p_K) + V \quad (4.4.)$$

E modell eredményei szerint (4.1. táblázat) egyébként most  $\beta_K = 0 = 1 - 0,59 - 0,41$ . A mérethozadék értéke is könnyen kiszámítható az egyenletből (4.5.). Mivel ennek értéke nagyobb, mint egy, azt mondhatnánk, hogy a végtelenségig érdemes lenne bővíteni a termelést, hiszen így az átlag költség mindig a határköltség felett lenne. Ez persze nem lehet igaz a költségfüggvény teljes tartományán, de nem csak ez a probléma e becsléssel! Ha a mennyiség függvényében ábrázolnánk a hibatarokat, akkor jól láthatóan azok nem függetlenek az egyik magyarázó változónktól (4.1. ábra), azaz endogenitás lép fel, ezért nem konzisztens az OLS becslésünk. Azt is megfigyelhetjük, hogy a hibatarokat ily módon ábrázolva U-alakú mintázatot adnak, azaz nagyon alacsony és nagyon magas termelési értékeknél a valós költség magasabb, mint a becslt, a közepes értékeknél pedig negatívak a reziduumok (4.2. ábra).

$$S = \left( \frac{\delta \ln C}{\delta \ln Q} \right)^{-1} = 0,72^{-1} = 1,39 = \frac{AC}{MC} \quad (4.5.)$$

	
<p><b>4.1. ábra.</b> Maradéktagok a termelt mennyiség függvényében Narlove (1963) modelljében (forrás: Davis &amp; Garcés (2010, p.138.))</p>	<p><b>4.2. ábra.</b> A valós és becslt költségértékek Narlove (1963) modelljében (forrás: Davis &amp; Garcés (2010, p.139.))</p>

Variable	Parameter	t -Statistic
$\ln Q$	0.72	(41.33)
$(\ln p_L - \ln p_K)$	0.59	(2.90)
$(\ln p_F - \ln p_K)$	0.41	(4.19)
Constant	-4.69	(5.30)
$R^2$	0.927	—

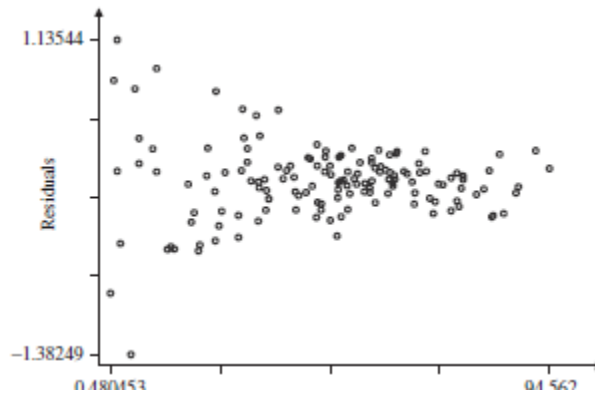
**4.1. táblázat. Narlove (1963) költségfüggvény-becslésének eredményei (forrás: Davis & Garcés (2010, p.137.))**

Tehát még korántsem vagyunk készen az ökonometriai modell felírásával! Ám Narlove (1963) szerencsére igen kreatívan építette bele modelljébe a függvény alakjának „rugalmasságát” megengedő változót (4.6.). E korábbi modellünk  $b \ln Q^2$  taggal bővült tehát, azaz a becsült együtthatók segítségével már ki tudjuk számolni a mérethozadék értékét a következőképpen:  $S = (\beta_Q + 2b \ln Q)^{-1}$ . Láthatjuk, hogy a mérethozadék értéke így függeni fog az output mennyiségétől.

$$\ln C - \ln p_K = \beta_0 + \beta_Q \ln Q + b \ln Q^2 + \beta_F (\ln p_F - \ln p_K) + \beta_L (\ln p_L - \ln p_K) + V \quad (4.6.)$$

Variable	Parameter	t -Statistic
$\ln Q$	0.15	(2.47)
$(\ln Q)^2$	0.05	(9.42)
$(\ln p_L - \ln p_K)$	0.48	(2.98)
$(\ln p_F - \ln p_K)$	0.44	(5.73)
Constant	-3.76	(5.36)
$R^2$	0.96	—

**4.2. táblázat. Narlove (1963) második modelljének becsült együtthatói (forrás: Davis & Garcés, p.140.))**



**4.3. ábra. Hibatagok a termelt mennyiség függvényében Narlove (1963) második modelljében (forrás: Davis Garcés (2010, p.140.))**

Az elégedettségünk azonban nem lehet még teljes, ugyanis, ha ránézünk a **4.3. ábrára**, akkor láthatjuk, hogy a hibatagok várható értéke nulla ugyan, ám nem függetlenek az output értékétől. Ez a heteroszkedaszticitás iskolapéldája is lehetne akár, amely miatt konzisztens a becslésünk, viszont a szokásos statisztikák nem érvényesek. E probléma megoldására elég beállítanunk a statisztikai szoftverekben azt, hogy White-féle standard hibával számoljon a program, és máris helyes értékeket kapunk. Habár korlátaink miatt jelen esetben eltekintünk tőle, nem győzzük hangsúlyozni, hogy minden becslés esetén rendkívül fontos az elméleti modell feltevéseinek vizsgálata, relevanciáinak igazolása a valós történésekkel.

## **4.2. Költségfüggvény becslése többtermékes vállalatok esetén - Választékgazdaságosság**

A többtermékes vállalatok esetében a hatékonyság forrása nem csak méretgazdaságossági okok miatt, hanem a választékgazdaságosság miatt is fenn állhat (Davis & Garcés 2010). Ez egyszerűen azt jelenti, hogy egy egyedi termelési technológiát a vállalat több termék előállítására is felhasználhat. David és Garcés (2010) Evans és Hackmann (1984) cikkén keresztül mutatja be a választékgazdaságosság empirikus tesztelésének egy lehetőségét az AT&T példáját hozva. E vizsgálat tehát egy vállalatra vonatkozik, a becslés elvégzéséhez pedig idősoros adatokat használt.

Lényegében azt szeretnénk kimutatni, hogy a költségfüggvény szubadditív, azaz alacsonyabb összköltséget érünk el összességében, ha egy vállalat termel több terméket, mintha minden egyes terméket más-másvállalat állítana elő. Az AT&T költségfüggvénye a következő alakban írható fel első közelítésként:

$$C = C(q_L, q_T, r, m, w, t) \quad (4.7.)$$

ahol  $q_L$  a kimeneti értéke a helyi hívásoknak,  $q_T$  a kimeneti értéke a távolsági hívásoknak,  $r$  a tőkeköltség,  $m$  az anyagköltség,  $w$  a munkabér és  $t$  pedig a technológiai indikátor, amelyre azért van szükség, mert a vizsgálatot idősoros adatokon végezték el, így módon  $t$  értéke a költségfüggvény időbeli változására kontrollál.

Az empirikus specifikációt a következő *transzlog* költségfüggvénnyel célszerű megtennünk, amiben Cobb-Douglas termelési függvényt feltételezve ár-ár, output-output és output-ár interakciók szerepelnek.

$$\begin{aligned} \ln C = & \alpha_0 + \sum_{j=1}^J \alpha_j \ln p_j + \sum_{m=1}^M \beta_m \ln q_m \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \gamma_{jk} \ln p_j \ln p_k + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^M \delta_{mi} \ln q_m \ln q_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \rho_{jm} \ln p_j \ln q_m + \left( \sum_{j=1}^J \lambda_j \ln p_j \ln RnD \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^M \theta_m \ln q_m \ln RnD + \mu \ln RnD + \tau (\ln RnD)^2 \right) \end{aligned} \quad (4.8.)$$

Ez jóval általánosabb felírás, mint azt Nerlove-nál (1963) láthattuk az előző fejezetben. E függvény sokkal flexibilisebb, ezért lokálisan is jobb közelítést ad a valós értékekre. Első ránézésre talán kissé bonyolultnak tűnhet ez a specifikáció, ám egyszerűen arról van szó az itt tárgyalt esetben, hogy  $J=3$  lesz az inputok száma,  $M=2$  pedig a termékek száma, a szummák utáni rész pedig a már említett interakciókat jelöli, illetve ami még magyarázatra szorul, az az *RnD* rövidítés, amely a kutatás és fejlesztés hatásán keresztül közelíti technológiai változást.

Ha a választékgazdaságosság létét akarjuk bebizonyítani, tesztelnünk kell, hogy vajon szignifikánsan különbözik-e a helyi és távolsági hívások egy cégen belüli szolgáltatása attól az esettől, ha külön cégek szakosodnának erre a feladatra. Ezt könnyen megtehetjük a



következő korlátozás alkalmazásával:  $\delta_{mi} = -\beta_m \beta_i^8$ . Ha e teszt elutasításra kerül, csak abban lehetünk biztosak, hogy nem érdemes külön cégeken keresztül biztosítani e szolgáltatásokat, azt azonban nem tudjuk meg, hogy valóban hatékonyabb-e egy cégen belül szervezni e munkálatokat. A szerzőpáros kidolgozott egy külön módszert a választékgazdaságosság tesztelésére, amelynek lényege, hogy azt a két esetet vetik össze, amikor az AT&T egyedüli vállalként termeli a szolgáltatásokat, és azt, amikor több kisebb alvállalat termeli a szolgáltatások bizonyos hányadát. Ha az AT&T-nek olcsóbb egy cégként termelni mindent, akkor beszélhetünk az AT&T-ről, mint természetes monopóliumról a telefonhívások piacán. E probléma formális felírását ezúttal mellőzzük, mert munkánk fő témája szempontjából csupán mellékszál, mindenestre leszögezendő, hogy nagyon kockázatos és kevésbé megbízható egy effajta vizsgálat, hiszen az eredeti adatokból lokális adatokat képezni korántsem triviális feladat.

A transzlog költségfüggvényformával adódhatnak egyéb gondok is. Davis és Garcés (2010) ennek kapcsán megemlítik, hogy a későbbiekben bírálták az „Evans-Hackman-módszert” (Röller, 1990), mondván, hogy a becslésük nem elégíti ki a költségfüggvények néhány kívánatos tulajdonságát. Azaz e specifikáció eredményeképp adódhatnak negatív költségértékek és negatív árhatások, továbbá a vállalati szeparálódás vizsgálatára sem a legjobb forma az Evans-Hackman-féle, mivel  $\ln Q$  nem létezik  $Q = 0$  pontban a felbomló vállalatok esetében. Röller (1990) ezért más költségspecifikációt javasolt: szerinte a konstans rugalmasságú kvadratikus becslés a megfelelő eljárás ilyen esetekben.

Egy többtermékes vállalat rövidtávú költségfüggvényeire tesz becslést Koot & Walker (1970) is tanulmányukban. A „single-equation leasts quares” módszerrel három eltérő hipotézist teszteltek az egyes termékekre és az egész vállalatra vonatkozó költség-kibocsátás kapcsolatot. Ezek a következőképpen néztek ki:

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \varepsilon_t \quad (4.9.)$$

$$C_t = \beta_0^1 + \beta_1^1 Y_t + \beta_2^1 Y_t^2 + \varepsilon_t^1 \quad (4.10.)$$

$$C_t = \beta_0^{11} + \beta_1^{11} Y_t + \beta_2^{11} Y_t^2 + \beta_3^{11} Y_t^3 + \varepsilon_t^{11} \quad (4.11.)$$

---

<sup>8</sup> A korlátozás kifejtése megtalálható Evans and Heckman (1984 a,b) tanulmányban

ahol  $Y_t$  az aktuális kibocsátást,  $C_t$  a teljes közvetlen költséget, a felhasznált munkát, gép- és alapanyagköltséget jelöli. A becstelt változók együtthatóinak statisztikai szignifikanciáját  $t$ -próbával tesztelték, továbbá az autokorrelációs zavarokat Durbin-Watson-statisztikával. A futtatott regressziók eredményeinek részletes kifejtésétől eltekintünk, ehelyett a tanulmány konklúziójára helyezzük a hangsúlyt. A hagyományos elméletekkel ellentétben az átlagos változó költség görbe nem a várt U-alakot ölti, az teljes közvetlen költségek lineáris kapcsolatban állnak a kibocsátással, az átlagos változó költség konstans, illetve egyenlő a határköltséggel; továbbá nem mutatható ki kölcsönös kapcsolat a különböző termékek költségei között.

### 4.3. Egy egyszerűsített példa

A viszonylag bonyolult modellek után egy egyszerűbb számpéldát hozunk a költségfüggvény becslésére, hogy közelebb kerüljön az elmélet és az empiria. Gold (1990) tanulmányára támaszkodva, úgy vezetjük le a függvényt, mint ha egy mikroökonómia feladatot oldanánk meg.

A fixköltségektől eltekintve legyen a teljes változó költséget leíró függvény a következő:

$$TVC = C_1(P_l)^{C_2}(P_m)^{C_3}Q^{(C_4+C_5Q)} \quad (4.12.)$$

ahol  $P_l$  a munka,  $P_m$  pedig az alapanyagok árai,  $C_1$  egy egyszerű skálatényező a kívánt költségszint fennállásához,  $C_2$  és  $C_3$  paraméterek a termelési tényezők árrugalmasságai, melyek megmutatják az inputköltségek és a teljes változó költség arányát; illetve a  $(C_4 + C_5Q)$  exponenciális tag a változó költségek rugalmasságait adja meg a kibocsátásra ( $Q$ ) vonatkozóan. A bemutatott függvény elég rugalmas ahhoz, hogy a változó inputszintek mellett mind a növekvő, mind a csökkenő mérethozadékokat jól megjelenítse. A változó költségek árrugalmassága a növekvő és csökkenő mérethozadék modellezéséhez szükséges, amit  $E$ -vel jelölve megkaphatunk a (4.12.) egyenletből:

$$\text{általános alak: } E = \frac{AVC}{MC} = \left(\frac{TVC}{Q}\right) / \left(\frac{dTVC}{dQ}\right) \quad (4.13)$$

$$E = \frac{1}{C_4 + C_5 * Q(1.0 + \ln Q)} \quad (4.14.)$$

A termelési tényezők keresleti függvényei a Sheppard-lemma<sup>9</sup> alkalmazásával a következőképpen néznek ki:

$$L = \frac{C_2(TVC)}{P_l} \quad (4.15.)$$

$$M = \frac{C_3(TVC)}{P_m} \quad (4.16.)$$

A jól viselkedő költségfüggvény további feltétele, hogy nulladfokon homogén legyen (4.17.), ami annyit jelent, hogy ha a függvény minden egyes argumentumát megszorozzuk egy pozitív t számmal, akkor az így transzformált függvény nem fog különbözni az eredeti függvénytől.

$$C_2 + C_3 = 1 \quad (4.17.)$$

Példánkban egy olyan költségfüggvényt kívánunk modellezni, melynek mérethozadéka kezdetben növekvő (E=2.0), majd konstans hozadéku 1400 termelt darabnál (E=1.0), ezután a mérethozadék csökken. Ezt (4.3.) táblázatban foglalva:

Mérethozadékok	Kibocsátás (Q)
E=2.0	1000 darab
E=1.0	1400 darab

4.3. táblázat. Mérethozadéki feltevések (forrás: Gold (1990))

Egy két termelési tényezőt igénylő esetet feltételezve (munka és alapanyagok), szükségünk van a munkához ( $C_2$ ) és az alapanyagokhoz ( $C_3$ ) tartozó változó költségek arányára melyek összege a modellspecifikáció miatt eggyel fog megegyezni (4.4. táblázat). Továbbá meg kell határoznunk a teljes változó költséget a kezdeti 1000 egység kibocsátás mellett és az inputok

---

<sup>9</sup> Sheppard (1970) alapján a költségek kifejezhetőek a termelési tényezők árszintjének és a termelés függvényében.

árait (4.5. táblázat). Ez utóbbi adatokat a hipotetikus vállalat eredmény-kimutatásából, mérlegéből, és éves beszámolójából nyerhetjük ki.

Termelési tényezők	Költségarányok
L (munka)	$C_2=0.80$
M (alapanyagok)	$C_3=0.20$
Összesen	1.00

4.4. táblázat Feltételezett költségarányok (forrás: Gold (1990))

TVC=\$100,000	1000 egységnyi kibocsátás mellett
$P_l=\$25$	órabér
$P_m=\$10$	fontonkénti alapanyagköltség

4.5. táblázat Feltételezett kezdeti kibocsátási szint és inputárak (forrás: Gold (1990))

Első lépében a (4.14) egyenletbe helyettesítve kifejezzük  $C_4$  és  $C_5$  változókat, majd behelyettesítjük E-t és Q-t:

$$2.0 = \frac{1}{C_4 + C_5 * 1000(1.0 + \ln 1000)} \quad (4.18./a)$$

$$1.0 = \frac{1}{C_4 + C_5 * 1400(1.0 + \ln 1400)} \quad (4.18./b)$$

ezeket egyszerűsítve:

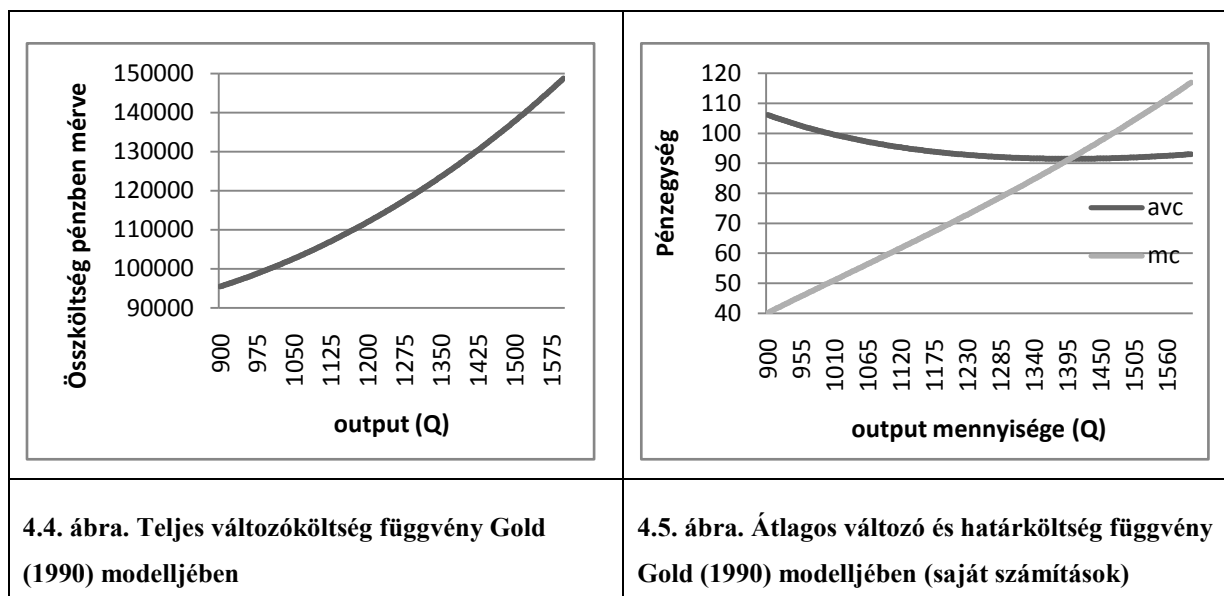
$$0.5 = C_4 + 7909.76C_5 \quad (4.19./a)$$

$$1.0 = C_4 + 11541.92C_5 \quad (4.19./b)$$

a két egyenletet párhuzamosan megoldva:

$$C_4 = -0.5869 \quad (4.20./a)$$

$$C_5 = 0.0001376 \quad (4.20./b)$$



Vegyük észre, hogy  $C_1$  csak egy skálatényező, így nem befolyásolja a költségfüggvény alakját és tulajdonságait:

$$100000 = C_1(25)^8(10)^2 1000^{(0.5879+0.0001376 \cdot 1000)} \quad (4.21.)$$

ezt  $C_1$ -re megoldva :

$$C_1 = 107782.4 \quad (4.22.)$$

A végső teljes változókölség függvény tehát:

$$TVC = 107782.4(P_1)^8(P_m)^2 Q^{(0.5879+0.0001376 Q)} \quad (4.23.)$$

Ha már tudjuk a költségfüggvény paramétereit, a munka- és alapanyagszintek megkaphatóak behelyettesítve (4.24) és (4.25)-be.

$$L = \frac{0.8(TVC)}{P_l} \quad (4.24.)$$

$$M = \frac{0.2(TVC)}{P_m} \quad (4.25.)$$

Az így kapható inputszintek konzisztensek a költség- és termelési függvény közti dualitással.

A becsült költségfüggvényt felhasználva Gold (1990) lefuttatott egy szimulációt, melyben 900 és 1600 között váltakozott a kibocsátás, adott \$25-os munka és \$10-os alapanyagköltségek mellett. A (4.4.) és (4.5.) ábrák foglalják össze a kapott eredményeket. Az AVC átlagos változó költség U-alakot ölt, minimuma az 1400-as kibocsátásszinten van, ezután pedig növekedni kezd, ami jól szemlélteti a méretgazdaságosság jelenségét (4.5. ábra). Láthatjuk tehát, hogy adott modellkeretben, megfelelő feltevések mellett valóban viszontlátjuk a közgazdasági elmélet költségfüggvényekről alkotott főárambeli meglátásait.

## 5. Összefoglalás

A dolgozat célja a versenypolitikában releváns vállalati és iparági költségek becslhetőségének lehetősége, illetve néhány gyakorlati példa bemutatása.

Hosszasan értekeztünk a költség és a költségfüggvény elméletéről, a termelési költségek versenypolitikai relevanciájáról, illetve a számvitel és közgazdaságtan eltérő fogalomrendszerének buktatóiról. Mikroökonómiai szinten vizsgáltunk, majd eltérő termelési függvényeket alapul véve a termelői döntésből származtattuk a költségfüggvényt.

Bemutattuk a költségfüggvény becslésének három alapvető mozzanatát, melyek a következők: a változók operacionalizálása, a függvényforma megválasztása, illetve a regresszió futtatása. Nagy hangsúlyt fektettünk a becsléskor leggyakrabban felmerülő ökonometriai problémákra, illetve amennyiben lehetséges azok kiküszöbölhetőségére.

Nerlove az Egyesült Államok elektromos erőműveinek költségeit becslő tanulmányára hagyatkozva rövid bepillantást nyerhettünk a valós, iparági (ez esetben keresztmetszeti) becslések gyakorlatába, annak nehézségeibe. Bonyolítva a képet, a többtermékes vállalatok költségeinek becslési gyakorlatát is bemutattuk, azon keresztül vizsgáltuk a választékgazdaságosság fogalmának gyakorlati érvényesülését egy mintavállalat alapján, idősoros adatokat felhasználva. Végül szemléltettük egy viszonylag szoros modellkeretben, bár csöppet sem a valóságtól elrugaszkodott feltevésekkel, hogyan lehet a közgazdasági elmélettel adatainkból költségfüggvényt becsülni.

Dolgozatunk célja annak bemutatása, hogy miként lehet tiszta logikai struktúrákat alkalmazva egy elméleti jelenséget a gyakorlatban megvizsgálni. A költségfüggvény empirikus becslhetőségének nehézségei miatt saját vizsgálatok helyett elődeink eredményeinek ismertetését helyeztük az előtérbe. Egy adott modellkeretben számos megszorítással kell élnünk, ahhoz, hogy tudjunk egyáltalán mondani valamit olyan mechanizmusokról és kérdésekről, melyeket tökéletes voltukban szinte lehetetlen leképezni. Véleményünk szerint jobb keveset mondani valamiről, ha azt el tudjuk rendezni koherens rendszerünkben, mintha sokat mondanánk, nagy hibavalószínűséggel.

# Irodalomjegyzék

Bolton, P., Brodley, J. F., & Riordan, M. H. (2000). Predatory Pricing: Strategic Theory and Legal Policy, *Georgetown Law Review*, 88, 2239–2330.

Chenery, H.B. (1949). Engineering Production Functions, *The Quarterly Journal of Economics*, 63(4), 507-531.

Davis, P., & Garcés, E.(2010). *Quantitative techniques for competition and antitrust analysis*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Evans, D. S., & Heckman, J. (1984a). A Test for Subadditivity of the Cost Function With an Application to the Bell System. *American Economic Review*, 74, 615–23.

Evans, D. S., & Heckman, J. (1984b). Multiproduct Cost Function Estimates and Natural Monopoly Test for the Bell System. In *Breaking Up Bell* (szerk. D. S. Evans). Amsterdam: North-Holland.

Heyne, P., Boettke, P., Prychitko, D. (2004). *A közgazdasági gondolkodás alapjai*. Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.

Hinloopen, J.,& Normann, H-T. (2009). *Experiments and Competition Policy*. Cambridge: Cambridge University Press.

Hirshleifer, J., Glaezer, A., Adam, D.(2009). *Mikroökonómia: Árelmélet és alkalmazásai - Döntések, piacok és információ*. Budapest: Osiris.

Hirshleifer, J., Glaezer, A., Adam, D.(2005). *Price Theory – Decisions, Markets, and Information*. New York: Cambridge University Press.

Jaskow, P.L. & Klevoric, A.K. (1979). A Framework for Analyzing Predatory Pricing Policy. *Yale Law Journal*, 89, 213-270.

Gold (1990). Modelling Cost Functions in Computerized Bsimulation: an Application of Duality Theory and Shephard's Lemma. In *Develpomentis in Business Simulations & Experimantal Exrecises*, 17, 70-72.



Motta, M. (2003). *Competition Policy: Theory and Practice*. Cambridge: Cambridge University Press

Nerlove, M. (1963). *Returns to Scale in Electricity Supply In Measurement in Economics* (szerk.C. Christ). Stanford University Press.

Reiff Á., Sugár A., Surányi É. (2002). Productive Efficiency in the Hungarian Industry. *Hungarian Statistical Review*. 7, 45-74.

Ronald S. Koot, R. S., & Walker, D. A. (1970). Short-Run Cost Functions of a Multi-Product Firm. *The Journal of Industrial Economics*, 18(2), 118-128.

Röller, L.-H. (1990a). Proper quadratic cost functions with an application to the Bell System. *Review of Economics and Statistics*, 72, 202–10.

Röller, L.-H. (1990b.) Modelling cost structure: the Bell system revisited. *Applied Economics*, 22, 1661–74.

Sheppard, R.U., (1970). *Theory of Cost and Production Functions*. Princeton: Princeton University.

Smith, C. A. (1942). The Cost-Output Relation for the U. S. Steel Corporation. *The Review of Economics and Statistics*, 24(4), 166-176.

Staehle, H. (1942). The Measurement of Statistical Cost Functions: An Appraisal of Some Recent Contributions. *The American Economic Review*, 32(2), 321-333.

Varian, H. R. (2006). *Intermediate Microeconomics – A Modern Approach*. New York: Norton.

Varian, H. R. (1992). *Microeconomic Analysis*. New York: Norton.

Walters, A. A. (1963). Production and Cost Functions: An Econometric Survey. *Econometrica*, 31 (1/2), 1-66.